

整式精炼（二）

一、整体思想求值

整体思想求值

观察法：通过观察就可确定代换的_____

拼凑法：需将要求式进行转化，_____出与已知式相同的式子再代入求值

【教法备注】

①观察法

通过观察就可确定代换的“整体”，这类题目较简单．

②拼凑法

需将要求式进行转化，“凑”出与已知式相同的式子再代入求值，这种构造“整体”的技巧，平时要注意总结．

|| 例题

【知识点拨】

在单个字母取值不确定的情况下，某些代数式的求值要借助于“整体代入法”，即把某个代数式看作一个整体．用“整体代入法”求值的关键是确定“整体”．

①多项式化简后会得到一个代数式，而条件里会给出一个与之有关系的代数式的值，通过简单的变形之后，将其整体带入到化简的式子里求值；

②条件会给出几个代数的值，首先要将条件里的几个式子进行简单的运算，得出与化简后式子有关的条件，然后整体带入求值．

1. 已知 $-x + 2y = 5$ ，那么 $5(x - 2y)^2 - 3(x - 2y) - 60$ 的值为_____．

【答案】 80

【解析】 $\because -x + 2y = 5$ ，

$\therefore x - 2y = -5$ ，

则 $5(x - 2y)^2 - 3(x - 2y) - 60$

$= 5 \times (-5)^2 - 3 \times (-5) - 60$

$$\begin{aligned}
 &= 5 \times 25 + 15 - 60 \\
 &= 125 + 15 - 60 \\
 &= 140 - 60 \\
 &= 80 .
 \end{aligned}$$

故答案为：80 .

【标注】【知识点】整式加减化简求值-整体代入化简求值

【重点强调】

2019~2020学年天津和平区初一上学期期中第17题3分

2. 已知 $a - b = 3$, $c + d = 2$ 则 $(b + c) - (a - d)$ 的值是 () .

A. -1

B. 1

C. -5

D. 15

【答案】 A

【解析】 解：原式 $= b + c - a + d = -(a - b) + (c + d)$,
当 $a - b = 3, c + d = 2$ 时 , 原式 $= -3 + 2 = -1$.
故选A .

【标注】【知识点】整式加减化简求值-整体代入化简求值

【重点强调】

2018~2019学年天津河西区新华圣功学校初一上学期期中第8题2分

3. 若 $x^2 + x + 2$ 的值为3 , 则代数式 $2x^2 + 2x + 5$ 的值为 _____ .

【答案】 7

【解析】 $\because x^2 + x + 2 = 3$,
 $\therefore x^2 + x = 1$,
 $\therefore 2x^2 + 2x + 5$,
 $= 2(x^2 + x) + 5$,
 $= 2 \times 1 + 5 = 7$.

【标注】【知识点】整式乘除化简求值-整体代入化简求值

【重点强调】

2016~2017学年天津南开区初一上学期期中第16题3分

2016~2017学年天津南开区天津崇化中学初一上学期期中第16题3分

4. 若 $m^2 + mn = -5$, $n^2 - 3mn = 10$, 则 $m^2 + 4mn - n^2$ 的值为 _____ .

【答案】 -15

【解析】 $m^2 + 4mn - n^2$
 $= (m^2 + mn) - (n^2 - 3mn)$
 $= -5 - 10$
 $= -15$.

【标注】 【知识点】 整式加减化简求值-整体代入化简求值

【重点强调】

2018~2019学年12月天津和平区和和平区汉阳道中学初一上学期月考第14题2分

5. 已知： $m^3 + n^3 = 35$, $m^2n - mn^2 = 6$, 求代数式
 $(n^3 - m^3) - 2(m^2n + 3mn^2) - 2(n^3 - 4m^2n)$ 的值 .

【答案】 1 .

【解析】 $(n^3 - m^3) - 2(m^2n + 3mn^2) - 2(n^3 - 4m^2n)$
 $= n^3 - m^3 - 2m^2n - 6mn^2 - 2n^3 + 8m^2n$
 $= -n^3 - m^3 + 6m^2n - 6mn^2$,
 $\because m^3 + n^3 = 35$, $m^2n - mn^2 = 6$,
 $\therefore$ 原式 $= -(m^3 + n^3) + 6(m^2n - mn^2)$
 $= -35 + 6 \times 6$
 $= -35 + 36$
 $= 1$.

【标注】【知识点】整式乘除化简求值-整体代入化简求值

【知识点拨】

此类题目的已知条件通常是多个式子的值。而所求问题的式子中通常包含已知式子中的项。因此解法是先利用已知式子进行计算，拼凑出所求式子中的对应项，然后用已知式子的值进行之前同样的计算，求出式子的值。

练习

6. 如果 $a - b = \frac{1}{3}$ ，那么 $3(b - a) - 1$ 的值为 ()。

A. -2

B. 0

C. 4

D. 2

【答案】A

【解析】 $\because a - b = \frac{1}{3}$ ，
 $\therefore b - a = -\frac{1}{3}$ ，
 $\therefore 3(b - a) = -1$ ，
原式 $= -1 - 1 = -2$ 。

【标注】【知识点】整式乘除化简求值-整体代入化简求值

【重点强调】

2018~2019学年天津南开区初一上学期期中第10题3分

7. 如果代数式 $4y^2 - 2y + 5$ 的值为 7，那么代数式 $2y^2 - y + 1$ 的值为 ()。

A. -2

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】B

【解析】 $\because 4y^2 - 2y + 5 = 7$ ，
 $\therefore 4y^2 - 2y = 2$ ，
 $\therefore 2y^2 - y = 1$ ，
 $\therefore 2y^2 - y + 1 = 1 + 1 = 2$ 。
故选：B。

【标注】【知识点】整式乘除化简求值-整体代入化简求值

【重点强调】

2019~2020学年天津南开区天津市育贤中学初一上学期期中第10题3分

8. 若 $x = y - 3$ ，则 $\frac{1}{4}(x - y)^2 - 2.3(x - y) + 0.75(x - y)^2 + \frac{3}{10}(x - y) - 6$ 的值为 _____ .

【答案】 9

【解析】
$$\begin{aligned} & \frac{1}{4}(x - y)^2 - 2.3(x - y) + 0.75(x - y)^2 + \frac{3}{10}(x - y) - 6 \\ &= \left(\frac{1}{4} + 0.75\right)(x - y)^2 + \left(-2.3 + \frac{3}{10}\right)(x - y) - 6 \\ &= (x - y)^2 - 2(x - y) - 6, \\ &\because x = y - 3, \\ &\therefore x - y = -3, \\ &\therefore \text{原式} = (-3)^2 - 2 \times (-3) - 6 \\ &= 9 + 6 - 6 \\ &= 9. \\ &\text{故答案为：} 9. \end{aligned}$$

【标注】【知识点】整式加减化简求值-整体代入化简求值

【重点强调】

2018~2019学年天津和平区初一上学期期中第17题3分

9. 已知 $2x + y = -1$ ，则代数式 $(2y + y^2 - 3) - (y^2 - 4x)$ 的值为 _____ .

【答案】 -5

【解析】
$$\begin{aligned} \text{原式} &= 2y + y^2 - 3 - y^2 + 4x \\ &= 2y + 4x - 3 \\ &= 2(2x + y) - 3. \\ &\text{当 } 2x + y = -1 \text{ 时, 原式} = -2 - 3 = -5. \\ &\text{故答案为：} -5. \end{aligned}$$

【标注】【知识点】整式乘除化简求值-整体代入化简求值

【重点强调】

2016~2017学年天津滨海新区初一上学期期末第16题3分

10. 已知 $a + 2b = 5$, $ab = -3$, 求 $(3ab - 2b) + [3a - (5ab - 12b - 2a)]$ 的值.

【答案】 31 .

【解析】 原式 $= 3ab - 2b + 3a - 5ab + 12b + 2a$

$$= -2ab + 5a + 10b$$

$$= -2ab + 5(a + 2b) .$$

当 $a + 2b = 5$, $ab = -3$ 时,

$$\text{原式} = -2 \times (-3) + 5 \times 5 = 31 .$$

【标注】【知识点】整式加减化简求值-整体代入化简求值

二、降幂思想求值

【教法备注】

有些题目中会出现高次的整式, 这样的式子我们一般很难直接进行求值, 常用方法为降次.

降次法: 把某个高次幂整式用一个低次幂整式去代替它

|| 例题

【知识点拨】

通过 $m^3 = m^2 \cdot m$ 将三次降为二次, 通过 $m^4 = m^2 \cdot m^2$ (或 $(m^2)^2$) 将四次降为二次等.

11. 如果 $x^2 + 2x = 3$, 那么 $x^3 + x^2 - 5x + 6 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 3

【解析】 $x^2 = 3 - 2x$,

$$x^3 = 3x - 2x^2 = 3x - 2(3 - 2x) = 3x - 6 + 4x = 7x - 6 ,$$

$$\therefore x^3 + x^2 - 5x + 6 = 7x - 6 + 3 - 2x - 5x + 6 = 3 .$$

【标注】【知识点】整式加减化简求值-降次化简求值

12. 若 $x^2 - x - 1 = 0$, 则 $x^4 - 3x + 2019$ 的值等于 _____ .

【答案】 2021

$$\begin{aligned}\text{【解析】原式} &= (x+1)^2 - 3x + 2019 \\ &= x^2 - x + 2020 \\ &= (x+1) - x + 2020 \\ &= 2021 .\end{aligned}$$

故答案为：2021 .

【标注】【知识点】整式加减化简求值-降次化简求值

13. 已知 $x^3 - x + 1 = 0$, 求代数式 $x^6 + 2x^5 - 2x^4 + 3x^2 - 2x + 3$ 的值 .

【答案】 2 .

$$\begin{aligned}\text{【解析】} x^3 &= x - 1 \\ x^4 &= x^2 - x \\ x^5 &= x^3 - x^2 = x - 1 - x^2 \\ x^6 &= x^2 - 2x + 1 \\ \therefore \text{原式} &= x^2 - 2x + 1 + 2x - 2 - 2x^2 \\ &\quad - 2x^2 + 2x + 3x^2 - 2x + 3 \\ &= 2 .\end{aligned}$$

【标注】【知识点】整式加减化简求值-降次化简求值

 练习

14. 已知 $x^2 - x - 1 = 0$ ，求代数式 $x^3 - 2x^2 + 2$ 的值。

【答案】 1 .

【解析】 令 $x^2 = x + 1$ ，

$$\begin{aligned} & \text{则 } x^3 - 2x^2 + 2 \\ &= x(x + 1) - 2(x + 1) + 2 \\ &= x^2 + x - 2x - 2 + 2 \\ &= (x + 1) - x \\ &= 1 . \end{aligned}$$

【标注】【知识点】整式乘除化简求值-降次化简求值

15. 如果 $x^2 + x - 1 = 0$ ，求代数式 $x^4 + 3x^3 + 4x^2 + x - 7$ 的值。

【答案】 -4 .

【解析】 $\because x^2 + x - 1 = 0$ ， $\therefore x^2 + x = 1$ ，

$$\text{原式} = (x^2 + x)x^2 + 2(x^2 + x)x + 2x^2 + x - 7 = 3x^2 + 3x - 7 = 3 - 7 = -4 .$$

【标注】【知识点】整式乘除化简求值-降次化简求值

16. 已知 $a^3 + 2a = -2$ ，求 $3a^6 + 12a^4 - a^3 + 12a^2 - 2a - 4$ 的值。

【答案】10 .

【解析】由 $a^3 + 2a = -2$ ，得 $a^3 = -2a - 2$ ，
于是 $3a^6 + 12a^4 - a^3 + 12a^2 - 2a - 4$
 $= 3(a^3)^2 + 12a^3a - a^3 + 12a^2 - 2a - 4$
 $= 3(-2a - 2)^2 - 24(a + 1)a + 2a + 2 + 12a^2 - 2a - 4$
 $= 3(4a^2 + 8a + 4) - 24a^2 - 24a + 12a^2 - 2$
 $= 10$.

【标注】【知识点】整式乘除化简求值-整体代入化简求值

三、赋值求值

赋值求值

代入特殊值求奇次项值：需要先利用题目所给_____求出_____的值，再利用负号_____的性质，结合整体代入的思想解题。

高次多项式代入特殊值：通常无法直接求出问题中式子的值，需要利用_____先给题目中的未知数赋值，如_____等特殊值，从而求出问题中式子的值。

【教法备注】

代入特殊值求奇次项值：需要先利用题目所给字母的值求出代数式的值，再利用负号“奇负偶正”的性质，结合整体代入的思想解题。

高次多项式代入特殊值：通常无法直接求出问题中式子的值，需要利用“特殊值法”先给题目中的未知数赋值，如-1，0，1等特殊值，从而求出问题中式子的值。

在选择题与填空题中，由于不用计算过程，也可以用特殊值法来计算，即选取符合条件的字母的值，直接代入代数式得出答案。

|| 例题

17. 已知当 $x = 1$ 时, 代数式 $2ax^3 + 3bx + 5 = 4$, 则当 $x = -1$ 时, 代数式 $4ax^3 + 6bx - 7$ 的值是 ()
- A. -9 B. -7 C. -6 D. -5

【答案】 D

【解析】 $\because$ 当 $x = 1$ 时, 代数式 $2ax^3 + 3bx + 5 = 4$

$$\therefore 2a + 3b + 5 = 4$$

$$\therefore 2a + 3b = 4 - 5 = -1$$

当 $x = -1$ 时,

$$4ax^3 + 6bx - 7 = -4a - 6b - 7 = -2(2a + 3b) - 7 = -2 \times (-1) - 7 = 2 - 7 = -5$$

$\therefore$ 当 $x = -1$ 时, 代数式 $4ax^3 + 6bx - 7$ 的值是-5.

故选: D.

【标注】 【知识点】 整式加减化简求值-整体代入化简求值

【重点强调】

2018~2019学年10月天津和平区天津市益中学校初一上学期月考第4题

18. 当 $x = 2$, $y = -4$ 时, 多项式 $ax^3 + \frac{1}{2}by + 5 = 2017$, 则当 $x = -4$, $y = -\frac{1}{2}$ 时, 多项式 $3ax - 24by^3 + 2018$ 的值为 () .
- A. 5036 B. -5036 C. -1000 D. 1000

【答案】 C

【解析】 $x = 2$, $y = -4$ 时,

$$\therefore a \cdot 2^3 + \frac{1}{2}b \cdot (-4) + 5 = 2017,$$

$$8a - 2b = 2012,$$

$$\therefore 4a - b = 1006,$$

当 $x = -4$, $y = -\frac{1}{2}$ 时,

$$\therefore 3a \cdot (-4) - 24b \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 2018$$

$$= -12a + 3b + 2018$$

$$= -3(4a - b) + 2018.$$

$$\therefore \text{原式} = -3 \times 1006 + 2018 = -1000.$$

【标注】【知识点】整式乘除化简求值-整体代入化简求值

【重点强调】

2018~2019学年10月天津和平区耀华嘉诚国际中学初一上学期月考第10题2分

19. 若 $(3x+1)^5 = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ ，则：

(1) $a_5 - a_4 + a_3 - a_2 + a_1 - a_0 = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) $a_5 + a_3 + a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

(3) $a_4 + a_2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】(1) 32

(2) 528

(3) 495

【解析】(1) 令 $x = -1$,

$$\text{则}(3 \times (-1) + 1)^5 = -a_5 + a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = -32 ,$$

$$\text{则}a_5 - a_4 + a_3 - a_2 + a_1 - a_0 = 32 .$$

(2) 令 $x = 1$,

$$\text{则}(3 \times 1 + 1)^5 = a_5 + a_4 + a_3 + a_2 + a_1 + a_0 = 1024 \textcircled{1} ,$$

$$\text{由}(1)\text{知} : a_5 - a_4 + a_3 - a_2 + a_1 - a_0 = 32 \textcircled{2} ,$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} = 2a_5 + 2a_3 + 2a_1 = 1056 ,$$

$$\text{则}a_5 + a_3 + a_1 = 528 .$$

(3) 令 $x = 0$,

$$\text{则}(3 \times 0 + 1)^5 = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + a_0 = 1 ,$$

$$\text{则}a_0 = 1 ,$$

$$\text{由}(2)\text{中的}\textcircled{1} - \textcircled{2} = 2a_4 + 2a_2 + 2a_0 = 992 ,$$

$$\text{则}2a_4 + 2a_2 = 990 ,$$

$$\text{即}a_4 + a_2 = 495 .$$

【标注】【知识点】整式加减化简求值-条件化简求值

【重点强调】

2018~2019学年12月天津和平区天津市益中学校初一上学期月考第16题

练习

20. 已知多项式 $ax^5 + bx^3 + cx$ ，当 $x = 1$ 时值为5，那么该多项式当 $x = -1$ 时的值为（ ）。

- A. -5 B. 5 C. 1 D. 无法求出

【答案】 A

【解析】 $\because$ 当 $x = 1$ 时， $ax^5 + bx^3 + cx$ 的值为5，

$\therefore$ 将 $x = 1$ 代入得： $a + b + c = 5$ ，

当 $x = -1$ 时，

$$a(-1)^5 + b(-1)^3 + c(-1)$$

$$= -a - b - c$$

$$= -5.$$

故选A。

【标注】【知识点】利用特殊值解决高次展开式问题

【重点强调】

2019~2020学年天津和平区耀华嘉诚国际中学初一上学期期中第6题3分

21. 已知 $(2x - 1)^4 = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ ，则 $a + c =$ _____。

【答案】 40

【解析】 把 $x = 1$ 代入得： $a + b + c + d + e = (2 - 1)^4 = 1$ ①，

把 $x = -1$ 代入得： $a - b + c - d + e = (-2 - 1)^4 = 81$ ②，

把 $x = 0$ 代入得： $e = 1$ ，

①+②得： $2(a + c + e) = 82$ ，即 $a + c + e = 41$ ，

则 $a + c = 41 - 1 = 40$ 。

【标注】【知识点】整式加减化简求值-直接代入化简求值

22. 若 $(2x^2 - x - 1)^3 = a_6x^6 + a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ ，求下列各式的值。

(1) $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$.

(2) $a_2 + a_4 + a_6$.

【答案】 (1) 0 .

(2) 5 .

【解析】 (1) 令 $x = 1$, 则 $(2 - 1 - 1)^3 = a_6 + a_5 + a_4 + a_3 + a_2 + a_1 + a_0 = 0$.

(2) 令 $x = -1$, 则 $(2 + 1 - 1)^3 = a_6 - a_5 + a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = 8$,

与第一问的式子相加可得 : $2a_6 + 2a_4 + 2a_2 + 2a_0 = 8$,

$$a_6 + a_4 + a_2 + a_0 = 4 ,$$

再令 $x = 0$, 则 $(-1)^3 = a_0 = -1$,

$$\therefore a_2 + a_4 + a_6 = 4 - (-1) = 5 .$$

【标注】【知识点】整式加减化简求值-条件化简求值